

第2讲 一元一次不等式（组）的实际应用（练习）

一、行程问题

1. 牛明和刘亮约好周末去公园游玩. 牛明从学校出发, 每分钟走90米, 全程2.1千米, 此时距他和刘亮的见面时间还有18分钟, 他途中发现自己可能迟到于是改骑共享单车, 速度为每分钟210米, 如果牛明不迟到, 至少骑车多少分钟? 设骑车 x 分钟, 则列出的不等式为().

- A. $210x + 90(18 - x) < 2.1$ B. $210x + 90(18 - x) \leq 2100$
C. $210x + 90(18 - x) \geq 2100$ D. $210x + 90(18 - x) \geq 2.1$

【答案】C

【解析】根据题意得：

骑车路程为 $210x$,

走路路程为 $90(18 - x)$,

$\therefore 210x + 90(18 - x) \geq 2100$.

故选C.

【标注】【知识点】不等式组的行程问题

2. 某人10:10离家赶11:00的火车, 已知他家离车站10公里, 他离家后先以3公里/时的速度走了5分钟, 然后乘公共汽车去车站, 公共汽车每小时至少走多少公里才能不误当次火车.

【答案】13.

【解析】设每小时 x 公里不误火车,

$$3 \times \frac{5}{60} + \frac{45}{60}x \geq 10,$$

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4}x \geq 10,$$

$$x \geq 13.$$

答：至少13公里每小时才能不误当次火车.

【标注】【知识点】不等式组的行程问题

3.

王老师从学校出发，到距学校2000m的某商场去给学生买奖品，他先步行了800m后，换骑上了共享单车，到达商场时，全程总共刚好花了15 min. 已知王老师骑共享单车的平均速度是步行速度的3倍（转换出行方式时，所需时间忽略不计）.

(1) 求王老师步行和骑共享单车的平均速度分别为多少？

(2) 买完奖品后，王老师原路返回，为按时上班，路上所花时间最多只剩10分钟，若王老师仍采取先步行，后换骑共享单车的方式返回，问：他最多可步行多少米？

【答案】 (1) 王老师步行速度为80m/min，骑车速度为240m/min.

(2) 200米.

【解析】 (1) 设王老师步行速度 x m/min，

则骑车速度为 $3x$ m/min，

$$\therefore \frac{800}{x} + \frac{2000 - 800}{3x} = 15,$$

解得 $x = 80$ ，

经检验， $x = 80$ 是原方程的解，

$$\therefore 3 \times 80 = 240 \text{m/min},$$

答：王老师步行速度为80m/min，骑车速度为240m/min.

(2) 设王老师步行 a m，

$$\text{则 } \frac{a}{80} + \frac{2000 - a}{240} \leq 10,$$

解得 $a \leq 200$ ，

$\therefore$ 王老师最多可步行200米.

【标注】【知识点】分式方程的行程问题

4. 张翔上午7:30出发，从学校骑自行车去县城，路程全长20km，中途因道路施工步行一段路. 他步行的平均速度是5km/h.

(1) 若张翔骑车的平均速度是15km/h，当天上午9:00到达县城，则他骑车与步行各用多久？

(2) 若张翔必须在当天上午9:00之前赶到县城，他的步行平均速度不变，则他骑车的平均速度应在什么范围内？

【答案】 (1) 骑车用了1.25小时，步行用了0.25小时.

(2) 骑车的平均速度大于15km/h.

【解析】 (1) 设他骑车用了 x 小时，步行用了 y 小时，

$$\text{依题意得：} \begin{cases} x + y = 1.5 \\ 15x + 5y = 20 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 1.25 \\ y = 0.25 \end{cases},$$

答：他骑车用了1.25小时，步行用了0.25小时。

(2) 设骑车的平均速度为 x km/h，

依题意得： $1.25x + 5 \times 0.25 > 20$ ，

解得： $x > 15$ ，

答：骑车的平均速度大于15km/h。

【标注】【知识点】二元一次方程组的行程问题

二、工程问题

5. 某工人计划在15天里加工408个零件，最初三天中每天加工24个，设以后每天至少要加工 x 个零件，才能在规定的时间内超额完成任务。请列出符合题意的不等式_____。

【答案】 $3 \times 24 + (15 - 3) \times x > 408$

【标注】【知识点】不等式组的工程问题

6. 3个小组计划10天内生产500件产品（每天产量相同），按原生产速度，不能完成任务；如果每个小组每天比原先多生产1件产品，就能提前完成任务。每个小组原先每天生产多少件产品？

【答案】 16。

【解析】 解：设每个小组原先每天生产 x 件产品，根据题意可得

$$\begin{cases} 3 \times 10x < 500 \\ 3 \times 10(x + 1) > 500 \end{cases},$$

$$\text{解得：} 15\frac{2}{3} < x < 16\frac{2}{3},$$

$\because x$ 的值应是整数， $\therefore x = 16$ 。

答：每个小组原先每天生产16件产品。

【标注】【知识点】不等式组的工程问题

7. 市煤气公司准备给某新建小区的用户安装管道煤气，现有400用户提出了安装申请，此外每天还有新的用户提出申请。假设煤气公司每个安装小组每天安装的数量相同，且每天申请安装的用户数也相

同，若煤气公司安排2个安装小组同时做，则40天就可以装完所有新、旧用户的申请；若煤气公司安排4个安装小组同时做，则10天可以装完所有新旧用户的申请。

(1) 求每天新申请安装的用户数及每个安装小组每天安装的数量。

(2) 如果要求在10天内安装完所有新、旧用户的申请，但前6天煤气公司只能派出2个安装小组安装，那么最后几天至少需要增加多少个安装小组同时安装，才能完成任务？

【答案】 (1) 每天新申请安装的用户数是20户，每个小组每天安装的数量是15户。

(2) 最后几天至少需要增加5个安装小组同时安装，才能完成任务。

【解析】 (1) 设每天新申请安装的用户数是 x 户，每个小组每天安装的数量是 y 户，

根据题意，得：

$$\begin{cases} 400 + 40x = 2y \cdot 40 \\ 400 + 10x = 4y \cdot 10 \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x = 20 \\ y = 15 \end{cases}$$

答：每天新申请安装的用户数是20户，每个小组每天安装的数量是15户。

(2) 设需要 a 个小组同时安装，根据题意，得：

$$2 \times 15 \times 6 + 15a \cdot (10 - 6) \geq 400 + 20 \times 10,$$

$$\text{解得 } a \geq 7.$$

$$7 - 2 = 5.$$

答：最后几天至少需要增加5个安装小组同时安装。

【标注】【知识点】二元一次方程组的工程问题

8. 一个汽车零件制造车间可以生产甲，乙两种零件，生产4个甲种零件和3个乙种零件共获利120元；生产2个甲种零件和5个乙种零件共获利130元。

(1) 求生产1个甲种零件，1个乙种零件分别获利多少元？

(2) 若该汽车零件制造车间共有工人30名，每名工人每天可生产甲种零件6个或乙种零件5个，每名工人每天只能生产同一种零件，要使该车间每天生产的两种零件所获总利润超过2800元，至少要派多少名工人去生产乙种零件？

【答案】 (1) 生产1个甲种零件获利15元，生产1个乙种零件获利20元。

(2) 至少要派11名工人去生产乙种零件。

【解析】 (1) 设生产1个甲种零件获利 x 元，生产1个乙种零件获利 y 元，

$$\text{根据题意得：} \begin{cases} 4x + 3y = 120 \\ 2x + 5y = 130 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 15 \\ y = 20 \end{cases},$$

答：生产1个甲种零件获利15元，生产1个乙种零件获利20元．

(2) 设要派 a 名工人去生产乙种零件，则 $(30 - a)$ 名工人去生产甲种零件，

根据题意得： $15 \times 6(30 - a) + 20 \times 5a > 2800$ ，

解得： $a > 10$ ，

$\because a$ 为正整数

$\therefore a$ 的最小值为11．

答：至少要派11名工人去生产乙种零件．

【标注】【知识点】不等式组的工程问题

9. 某工厂签了1200件商品订单，要求不超过15天完成．现有甲、乙两个车间来完成加工任务．已知甲车间加工1天，乙车间加工2天，一共可加工140个零件；甲车间加工2天，乙车间加工3天，一共可加工240个零件．

(1) 求甲、乙每个车间的加工能力每天各是多少件？

(2) 甲、乙两个车间共同生产了若干天后，甲车间接到新任务，留下乙车间单独完成剩余工作，求甲、乙两车间至少合作多少天，才能保证完成任务．

【答案】(1) 甲车间的加工能力每天是60件，乙车间的加工能力每天是40件．

(2) 10天．

【解析】(1) 设甲车间的加工能力每天是 x 件，乙车间的加工能力是每天 y 件，

$$\text{依题意得: } \begin{cases} x + 2y = 140 \\ 2x + 3y = 240 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 60 \\ y = 40 \end{cases}.$$

答：甲车间的加工能力每天是60件，乙车间的加工能力每天是40件．

(2) 设甲、乙两车合作 m 天，才能保证完成任务，

根据题意得： $m + [1200 - (40 + 60)m] \div 40 \leq 15$ ，

解得 $m \geq 10$ ．

答：甲、乙两车间至少合作10天，才能保证完成任务．

【标注】【知识点】不等式组的工程问题

三、和差倍分问题

10. 某次数学竞赛活动，共有16道选择题，评分办法是：答对一题给6分，答错一题倒扣2分，不答题不得分也不扣分，某同学有一道题未答，要使成绩在60以上，那么这个学生至少要答对（ ）道题．
- A. 11 B. 12 C. 13 D. 10

【答案】 B

【解析】 设至少答对 x 道，则答错了 $(15 - x)$ 道题，根据题意得：

$$6x - 2(15 - x) > 60,$$

$$\text{解得：} x > \frac{90}{8}.$$

则这个同学答对题的道数至少是12道，成绩才能在60分以上．

故选B．

【标注】【知识点】一元一次不等式的实际应用

11. 甲乙两队进行篮球对抗赛，比赛规定每队胜一场得3分，平一场得1分，负一场得0分．甲队与乙队一共比赛了10场，甲队保持了不败记录，得分不低于24分，甲队至少胜了 _____ 场．

【答案】 7

【解析】 设甲队胜了 x 场，则平了 $(10 - x)$ 场，

$$\text{由题意得，} 3x + 10 - x \geq 24,$$

$$\text{解得：} x \geq 7.$$

答：甲队至少胜了7场．

故答案为：7．

【标注】【知识点】一元一次不等式的实际应用

12. 某射击运动爱好者在一次比赛中共射击10次，前6次射击共中55环（环数均是整数，最高10环），如果他想取得超过89环的成绩，则第7次射击不能少于 _____ 环．

【答案】 5

【解析】 设第一次射击中 x 环，由题意可得：

$$55 + x + (10 - 7) \times 10 > 89,$$

$$\text{解得：} x > 4,$$

故不能少于5环．

【标注】【知识点】不等式组的和差倍分

13. 有3人携带会议材料乘坐电梯，这3人的体重共210kg，每捆材料重20kg，电梯最大负荷为1050kg，则该电梯在此3人乘坐的情况下最多还能搭载 _____ 捆材料．

【答案】 42

【解析】 设能搭载 x 捆材料，

由题意得 $210 + 20x \leq 1050$ ，

$\therefore x \leq 42$ ．

$\therefore$ 最多搭载42捆材料．

【标注】【知识点】一元一次不等式的实际应用

14. 2018年国内航空公司规定：旅客乘机时，免费携带行李箱的长，宽，高三者之和不超过115cm．某厂家生产符合该规定的行李箱．已知行李箱的宽为20cm，长与高的比为8：11，则符合此规定的行李箱的高的最大值为 _____ cm．



【答案】 55

【解析】 设长为 $8x$ ，高为 $11x$ ，

由题意，得： $19x + 20 \leq 115$ ，

解得： $x \leq 5$ ，

故行李箱的高的最大值为： $11x = 55$ ，

答：行李箱的高的最大值为55厘米．

【标注】【知识点】一元一次不等式的实际应用

15. 七年级1班计划购票观看某个演出，已知甲种票每张24元，乙种票每张18元．
- (1) 若购买甲、乙两种票共35张，且恰好支出750元，求甲、乙两种票各购买多少张？
- (2) 若购买甲、乙两种票共35张，且支出不超过700元，求乙种票至少要购买多少张？

【答案】 (1) 20张甲种票, 15张乙种票 .

(2) 24张 .

【解析】 (1) 设该班购买甲种门票 x 张, 乙种门票 y 张,

根据题意, 得
$$\begin{cases} x + y = 35 \\ 24x + 18y = 750 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} x = 20 \\ y = 15 \end{cases}$$

答: 该班购买甲种门票20张, 乙种门票15张 .

(2) 设甲种票买 x 张, 则乙种票买 $(35 - x)$ 张,

$24x + 18(35 - x) = 750$, 解得 $x = 20$.

$24x + 18(35 - x) \leq 700$, 解得 $x \leq \frac{70}{6}$,

则最多可以买11张甲种票, 则至少要买24张乙种票 .

故答案为: 24张 .

【标注】【知识点】一元一次方程的和差倍分

16. 某校学生会组织七年级和八年级共60名同学参加环保活动, 七年级同学平均每人收集15个废弃塑料瓶, 八年级同学平均每人收集20个废弃塑料瓶, 为了保证所收集的塑料瓶总数不少于1000个, 至少需要多少名八年级同学参加活动?

【答案】 至少需要20个八年级学生参加活动 .

【解析】 设至少需要 x 个八年级学生参加活动, 则参加活动的七年级学生为 $(60 - x)$ 个,

由题意, 得 $20x + 15(60 - x) \geq 1000$

解得: $x \geq 20$,

$\therefore$ 至少需要20个八年级学生参加活动 .

【标注】【知识点】不等式组的和差倍分

17. 某中学的高中部在A校区, 初中部在B校区, 学校学生会计划在3月12日植树节当天安排部分学生到郊区公园参加植树活动, 已知A校区的每位高中学生往返车费是6元, B校区的每位初中学生往返的车费是10元, 要求初高中均有学生参加, 且参加活动的初中学生比参加活动的高中学生多4人, 本次活动的往返车费总和不超过210元, 求初高中最多有多少学生参加?

【答案】 高中生最多为10人, 初中生为14人 .

【解析】设参加活动的高中生为 x 人，则初中学生为 $(x+4)$ 人．

$$6x + 10(x + 4) \leq 210 .$$

$$\therefore 16x \leq 170 ,$$

$$\therefore x \leq 10.625 .$$

$\therefore x$ 取最大正整数解，

$$\therefore x = 10 ,$$

初中生： $10 + 4 = 14$ （人）．

答：高中生最多为10人，初中生为14人．

【标注】【知识点】不等式组的和差倍分

四、调配问题

18. 某校学生志愿者服务小组在“奉献爱心”活动中购买了一批牛奶到敬老院慰问老人，如果分给每位老人4盒牛奶，那么剩下28盒牛奶；如果分给每位老人5盒牛奶，那么最后一位老人分得的牛奶不足4盒，但至少1盒，则这个敬老院的老人最少有（ ）

A. 29人 B. 30人 C. 31人 D. 32人

【答案】B

【解析】设 x 位老人， y 盒牛奶，则 $\begin{cases} 4x + 28 = y \\ 1 \leq y - 5(x - 1) < 4 \end{cases}$ ，化简得 $1 \leq 33 - x < 4$ ，

$29 < x \leq 32$ ，至少有30位老人．

故选B．

【标注】【知识点】不等式组的和差倍分

19. 有一群猴子，一天结伴去偷桃子，在分桃子时，如果每只猴子分了4个，那么还剩18个；如果每只猴子分6个，都能分得桃子，剩下一只猴子分得的桃子不够6个，求有几只猴子，几个桃子？

【答案】有10只猴子，58个桃子；或有11只猴子，62个桃子．

【解析】设有 x 只猴子，则有 $(4x+18)$ 个桃子，根据题意得：

$$0 < (4x + 18) - 6(x - 1) < 6 ,$$

解得 $9 < x < 12$ ，

$\therefore x$ 为正整数，

$$\therefore x = 10 \text{ 或 } 11,$$

$$\text{当 } x = 10 \text{ 时, } 4x + 18 = 40 + 18 = 58.$$

$$\text{当 } x = 11 \text{ 时, } 4x + 18 = 44 + 18 = 62.$$

答：有10只猴子，58个桃子；或有11只猴子，62个桃子。

【标注】【知识点】不等式组的和差倍分

20. 在某校有住校男生若干名，若每间宿舍住4名，则还剩下20名未住下；若每间住宿8名，则一部分宿舍没住满，且无空房。该校共有男生多少名？

【答案】 44名。

【解析】 设该校有男生宿舍 x 间，那么住校的男生有 $(4x + 20)$ 名。因为每间宿舍住8名，一部分未住满且无空房，所以 x 间宿舍中必有一宿舍住的人数至少为1人，最多为7人。

$$\text{则 } \begin{cases} (4x + 20) - 8(x - 1) \geq 1 \\ (4x + 20) - 8(x - 1) \leq 7 \end{cases}, \text{ 解得 } 5\frac{1}{4} \leq x \leq 6\frac{3}{4}.$$

$\therefore x$ 为整数， $\therefore x = 6$ ， $4x + 20 = 44$ ，故该校共有住校男生44名。

【标注】【知识点】不等式组的和差倍分

21. 为了加强学生的交通安全意识，某中学和交警大队联合举行了“我当一次小交警”活动，星期天选派部分学生到交通路口值勤，协助交通警察维护交通秩序。若每一个路口安排4人，那么还剩下78人；若每个路口安排8人，那么最后一个路口不足8人，但又不少于4人，这个中学共选派值勤学生多少人？共在多少个交通路口安排值勤？

【答案】 共有值勤学生158人，共在20个交通路口值勤。

【解析】 设共在 x 个交通路口安排值勤，则共派 $(4x + 78)$ 名学生值勤。

$$\text{由题意得 } 4 \leq 78 + 4x - 8(x - 1) < 8,$$

$$19.5 < x \leq 20.5,$$

$$x = 20,$$

$$\text{共有值勤学生 } 78 + 4 \times 20 = 158 \text{ (人)}, \text{ 共在 } 20 \text{ 个交通路口值勤}.$$

【标注】【知识点】不等式组的和差倍分

五、利润问题

22. 某蔬菜经营户从蔬菜批发市场批发蔬菜进行零售，部分蔬菜批发价格与零售价格如表：

蔬菜品种	西红柿	紫甘蓝	豆角	青椒
批发价（元/千克）	3.6	8	4.8	5.4
零售价（元/千克）	5.4	14	7.6	8.4

请解答下列问题：

- (1) 第一天，该经营户批发西红柿和紫甘蓝两种蔬菜共300千克，用去了1520元钱，这两种蔬菜当天全部售完一共能赚多少元钱？
- (2) 第二天，该经营户用1520元钱仍然批发西红柿和紫甘蓝，要想当天全部售完后所赚钱数不少于1050元，则该经营户最多能批发西红柿多少千克？

【答案】 (1) 960元 .

(2) 100千克 .

【解析】 (1) 设批发西红柿 x 千克，紫甘蓝 y 千克，

$$\text{由题意得} \begin{cases} x + y = 300 \\ 3.6x + 8y = 1520 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 200 \\ y = 100 \end{cases}$$

$$(5.4 - 3.6) \times 200 + (14 - 8) \times 100 = 360 + 600 = 960 \text{ (元)} .$$

这两种蔬菜当天全部售完一共能赚960元 .

(2) 设该经营户能批发西红柿 a 千克，

$$\text{由题意得} (5.4 - 3.6)a + (14 - 8) \cdot \frac{1520 - 3.6a}{8} \geq 1050 ,$$

$$\text{解得} a \leq 100 .$$

该经营户最多能批发西红柿100千克 .

【标注】【知识点】不等式组的经济问题

23. 某电器超市销售每台进价分别为200元，170元的A，B两种型号的电风扇，表中是近两周的销售情况：

销售时段	销售数量		销售收入
	A种型号	B种型号	
第一周	3台	5台	1800元
第二周	4台	10台	3100元

(进价、售价均保持不变，利润=销售收入-进货成本)

- (1) 求A，B两种型号的电风扇的销售单价 .

- (2) 若超市准备用不多于5400元的金额再采购这两种型号的电风扇共30台，求A种型号的电风扇最多能采购多少台？
- (3) 在(2)的条件下，超市销售完这30台电风扇能否实现利润为1400元的目标？若能，请给出相应的采购方案；若不能，请说明理由。

【答案】 (1) A, B两种型号电风扇的销售单价分别为250元, 210元。

(2) 超市最多采购A种型号电风扇10台时，采购金额不多于5400元。

(3) 在(2)的条件下超市不能实现利润1400元的目标。

【解析】 (1) 设A, B两种型号电风扇的销售单价分别为 x 元, y 元,

$$\text{依题意得: } \begin{cases} 3x + 5y = 1800 \\ 4x + 10y = 3100 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 250 \\ y = 210 \end{cases}$$

$\therefore$ A, B两种型号电风扇的销售单价分别为250元, 210元。

(2) 设采购A种型号电风扇 a 台，则采购B种型号电风扇 $(30 - a)$ 台。

$$\text{依题意得: } 200a + 170(30 - a) \leq 5400,$$

$$\text{解得: } a \leq 10,$$

$\therefore$ 超市最多采购A种型号电风扇10台时，采购金额不多于5400元。

(3) 依题意有: $(250 - 200)a + (210 - 170)(30 - a) = 1400$,

$$\text{解得: } a = 20,$$

$$\because a \leq 10,$$

$\therefore$ 在(2)的条件下超市不能实现利润1400元的目标。

【标注】【知识点】不等式组的经济问题

六、 方案选择问题

24. 某镇组织10辆汽车装运完A、B、C三种不同品质的湘莲共100吨到外地销售，按计划10辆汽车都要装满，且每辆汽车只能装同一种湘莲，根据下表提供的信息，解答以下问题：

- (1) 设装运A种湘莲的车辆数为 x ，装运B种湘莲的车辆数为 y ，请用含 x 的式子表示 y 。
- (2) 如果装运每种湘莲的车辆数都不少于2辆，那么车辆的安排方案有几种？写出每种安排方案。
- (3) 若要使此次销售获利最大，应采用哪种安排方案？并求出最大利润的值。

湘莲品种	A	B	C
每辆汽车运载量(吨)	12	10	8

每吨湘莲获利（万元）	3	4	2
------------	---	---	---

【答案】（1） $y = 10 - 2x$.

（2）有3种安装方案，方案如下：

方案一： A ：2辆， B ：6辆， C ：2辆；

方案二： A ：3辆， B ：4辆， C ：3辆；

方案三： A ：4辆， B ：2辆， C ：4辆 .

（3）装 A 种2辆车，装 B 种6辆车，装 C 种2辆车；最大利润344万元 .

【解析】（1）设装 A 种车辆为 x 辆，装 B 种车辆为 y 辆，则装 C 种为 $(10 - x - y)$ 辆，

由题意得： $12x + 10y + 8(10 - x - y) = 100$,

$\therefore y = 10 - 2x$.

（2） $10 - x - y = 10 - x - (10 - 2x) = x$,

故装 C 种车也为 x 辆，

$\therefore \begin{cases} x \geq 2 \\ 10 - 2x \geq 2 \end{cases}$, 解得 $2 \leq x \leq 4$,

$\therefore x$ 为整数，

$\therefore x = 2, 3, 4$,

故车辆有3种安装方案，方案如下：

方案一： A ：2辆， B ：6辆， C ：2辆；

方案二： A ：3辆， B ：4辆， C ：3辆；

方案三： A ：4辆， B ：2辆， C ：4辆 .

（3）设销售利润为 w （万元），

则 $w = 3 \times 12x + 4 \times 10(10 - 2x) + 2 \times 8x$

$= -28x + 400$,

$\therefore w$ 是 x 的一次函数，且 x 增大时， w 减小，

$\therefore x = 2$ 时， $w_{\max} = 400 - 28 \times 2$

$= 344$ （万元） .

【标注】【知识点】不等式组的方案选择问题

【知识点】一次函数与实际问题

【能力】分析和解决问题能力

25. 为了更好治理流溪河水质，保护环境，市治污公司决定购买10台污水处理设备．现有 A 、 B 两种型号的设备，其中每台的价格，月处理污水量如表：

--	--	--

	<i>A</i> 型	<i>B</i> 型
价格(万元/台)	<i>a</i>	<i>b</i>
处理污水量(吨/月)	240	200

经调查：购买一台*A*型设备比购买一台*B*型设备多2万元，购买2台*A*型设备比购买3台*B*型设备少6万元．

- (1) 求*a*、*b*的值．
- (2) 经预算：市治污公司购买污水处理设备的资金不超过105万元，你认为该公司有哪几种购买方案．
- (3) 在(2)问的条件下，若每月要求处理流溪河两岸的污水量不低于2040吨，为节约资金，请你为治污公司设计一种最省钱的购买方案．

【答案】 (1) $\begin{cases} a = 12 \\ b = 10 \end{cases}$ ．

(2) 有三种购买方案：

- ①*A*型设备0台，*B*型设备10台；
 ②*A*型设备1台，*B*型设备9台；
 ③*A*型设备2台，*B*型设备8台．

(3) 选购*A*型设备1台，*B*型设备9台．

【解析】 (1) 根据题意得： $\begin{cases} a - b = 2 \\ 3b - 2a = 6 \end{cases}$ ，
 $\therefore \begin{cases} a = 12 \\ b = 10 \end{cases}$ ．

(2) 设购买污水处理设备*A*型设备*x*台，*B*型设备(10 - *x*)台，

$$\text{则：} 12x + 10(10 - x) \leq 105,$$

$$\therefore x \leq 2.5,$$

$\therefore x$ 取非负整数，

$$\therefore x = 0, 1, 2,$$

$\therefore$ 有三种购买方案：

- ①*A*型设备0台，*B*型设备10台；
 ②*A*型设备1台，*B*型设备9台；
 ③*A*型设备2台，*B*型设备8台．

(3) 由题意： $240x + 200(10 - x) \geq 2040$ ，

$$\therefore x \geq 1,$$

又 $\therefore x \leq 2.5$ ， x 取非负整数，

$$\therefore x \text{为} 1, 2.$$

当 $x = 1$ 时, 购买资金为: $12 \times 1 + 10 \times 9 = 102$ (万元),

当 $x = 2$ 时, 购买资金为: $12 \times 2 + 10 \times 8 = 104$ (万元),

$\therefore$ 为了节约资金, 应选购A型设备1台, B型设备9台.

【标注】【知识点】不等式组的方案选择问题

26. 某校准备组织七年级学生参加夏令营, 已知满员时, 用3辆小客车和1辆大客车每次可运送学生135人; 用一辆小客车和2辆大客车每次可运送学生120人.

(1) 求满员时, 1辆小客车和1辆大客车分别能送多少名学生? (列二元一次方程组解应用题)

(2) 现有学生410人, 计划同时租用小客车和大客车共10辆, 一次送完. 请你帮学校设计出所有可能的租车方案.

【答案】(1) 每辆小客车能坐30名学生, 每辆大客车能坐45名学生.

(2) 租车方案有3种.

方案1: 小客车0辆, 大客车10辆;

方案2: 小客车1辆, 大客车9辆;

方案3: 小客车2辆, 大客车8辆.

【解析】(1) 设每辆小客车能坐 a 名学生, 每辆大客车能坐 b 名学生,

根据题意, 得
$$\begin{cases} 3a + b = 135 \\ a + 2b = 120 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} a = 30 \\ b = 45 \end{cases}$$

答: 每辆小客车能坐30名学生, 每辆大客车能坐45名学生.

(2) ①设租用小客车 x 辆, 大客车 y 辆, 根据题意,

得 $30x + 45y \geq 410$,

$\therefore y \geq \frac{82 - 6x}{9}$,

$\because x, y$ 均为非负整数, 计划同时租用小客车和大客车共10辆,

$\therefore x = 0, y = 10$;

$x = 1, y = 9$;

$x = 2, y = 8$.

$\therefore$ 租车方案有3种.

方案1: 小客车0辆, 大客车10辆;

方案2: 小客车1辆, 大客车9辆;

方案3: 小客车2辆, 大客车8辆.

【标注】【知识点】二元一次方程组的和差倍分

27. 列方程组或不等式解应用题：

在数字化校园建设工程中，某学校计划购进一批电脑和电子白板，经过市场考察得知，购买1台电脑和2台电子白板需要2.8万元，购买2台电脑和3台电子白板需要4.4万元．

(1) 求购买一台电脑和一台电子白板各需要多少万元？

(2) 根据学校实际，需购进电脑和电子白板共30台，总费用不超过24万元，但不低于23万元，请你通过计算求出有几种购买方案，哪种方案费用最低．

【答案】(1) 购买一台电脑0.4万元，一台电子白板1.2万元．

(2) 购买电脑16台，电子白板14台最省钱，为23.2万元．

【解析】(1) 设购买一台电脑 x 万元，一台电子白板 y 万元，

$$\text{依题意得} \begin{cases} x + 2y = 2.8 \\ 2x + 3y = 4.4 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 0.4 \\ y = 1.2 \end{cases}$$

答：购买一台电脑0.4万元，一台电子白板1.2万元．

(2) 设需购进电脑 a 台，则购进电子白板 $(30 - a)$ 台，

$$\text{依据题意可得} \begin{cases} 0.4a + 1.2(30 - a) \leq 24 \\ 0.4a + 1.2(30 - a) \geq 23 \end{cases}$$

解得 $15 \leq a \leq 16.25$ ，

$\because a$ 为整数，

$\therefore a = 15$ 或 16 ，

$\therefore$ 有两种购买方案．

方案1：需购进电脑15台，则购进电子白板15台．

方案2：需购进电脑16台，则购进电子白板14台．

方案1： $15 \times 0.4 + 15 \times 1.2 = 24$ （万元）．

方案2： $16 \times 0.4 + 14 \times 1.2 = 23.2$ （万元）．

答：购买电脑16台，电子白板14台最省钱，为23.2万元．

【标注】【知识点】不等式组的方案选择问题

28. 疫情期间，为满足口罩需求，某商店决定购进A，B两种口罩．若购进A口罩10盒，B口罩5盒，需要1000元．若购进A口罩4盒，B口罩3盒，需要550元．

(1) 求A，B两种口罩每盒需要多少元？

- (2) 若该商店决定拿出10000元全部用来购进这两种口罩，考虑到市场需求，要求购进A口罩的数量不少于B口罩数量的6倍，且不超过B口罩数量的7倍，那么该商店共有几种进货方案？
- (3) 若销售每盒A口罩可以获利润20元，每盒B口罩可以获利润30元，在(2)的各种进货方案中，哪种方案获利最大？最大利润是多少元？

【答案】 (1) A种25元，B种150元．

(2) 3种．

(3) 方案1，5210元．

【解析】 (1) 设A种口罩每盒需要a元，B种口罩每盒需要b元，由题意得

$$\begin{cases} 10a + 5b = 1000 \\ 4a + 3b = 550 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} a = 25 \\ b = 150 \end{cases},$$

答：A种口罩每盒需要25元，B种口罩每盒需要150元．

(2) 设某商店购进A种口罩x个，购进B种口罩y个，由题意，得

$$\text{则} \begin{cases} 25x + 150y = 10000 \\ 6y \leq x \leq 7y \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 400 - 6y \\ 6y \leq 400 - 6y \leq 7y \end{cases},$$

$$\text{解得：} 30\frac{10}{13} \leq y \leq 33\frac{1}{3},$$

$\therefore y$ 为正整数，

$$\therefore y = 31, 32, 33,$$

$\therefore$ 该商店进货方案为：

①A口罩214盒，B口罩31盒；

②A口罩208盒，B口罩32盒；

③A口罩202盒，B口罩33盒，

答：该商店共有3种进货方案．

(3) 由(2)可知：

$$\text{当} y = 31 \text{时}, x = 400 - 6 \times 31 = 214,$$

$$\text{当} y = 32 \text{时}, x = 400 - 6 \times 32 = 208,$$

$$\text{当} y = 33 \text{时}, x = 400 - 6 \times 33 = 202.$$

则方案1为：

$$214 \times 20 + 31 \times 30 = 5210 \text{ (元)},$$

方案2为：

$$208 \times 20 + 32 \times 30 = 5120 \text{ (元)},$$

方案3为：

$$202 \times 20 + 33 \times 30 = 5030 \text{ (元)} .$$

∴方案1利润最大，即A种口罩214盒，B种口罩31盒，方案获得利润最大，最大利润为5210元．

【标注】【知识点】不等式组的方案选择问题

七、梯度计价问题

29. 某市出租车的收费标准是：起步价8元（即行驶距离不超过3千米都需付8元车费），超过3千米以后，每增加1千米，加收2.6元（不足1千米按1千米计），某人从甲地到乙地经过的路程是 x 千米，出租车费为21元，那么 x 的最大值是（ ）．

- A. 11 B. 8 C. 7 D. 5

【答案】B

【解析】根据题意得：

$$8 + 2.6(x - 3) \leq 21 ,$$

$$\text{解得：} x \leq 8 ,$$

∴ x 的最大值为8，

故选B．

【标注】【知识点】一元一次不等式的实际应用

30. 乘坐长沙市某种出租汽车，当行驶路程小于2千米时，乘车费用都是4元（即起步价4元）；当行驶路程大于或等于2千米时，超过2千米部分每千米收费1.5元．按常规，乘车付费时按计费器上显示的金额进行“四舍五入”后取整（如计费器上的数字显示范围大于或等于9.5而小于10.5时，应付车费10元），小红一次乘车后付了车费8元，请你确定小红这次乘车路程的范围．

- A. $\frac{13}{3} \leq x \leq 5$ B. $\frac{13}{3} \leq x < 5$ C. $\frac{13}{3} < x < 5$ D. $\frac{13}{3} < x \leq 5$

【答案】B

【解析】设小红这次乘车路程为 x 千米，

$$\begin{cases} (x - 2) \times 1.5 + 4 < 8.5 \\ (x - 2) \times 1.5 + 4 \geq 7.5 \end{cases} ,$$

$$\text{解得} \frac{13}{3} \leq x < 5 .$$

∴小红这次乘车路程大于等于 $\frac{13}{3}$ 千米且小于5千米．

【标注】【知识点】不等式组的梯度计价问题

31. （列方程（组）及不等式解应用题）

水是人类生命之源，为了鼓励居民节约用水，相关部门实行居民生活用水阶梯式计量水价政策，若居民每户每月用水量不超过10立方米，每立方米按现行居民生活用水水价收费（现行居民生活用水水价=基本水价+污水处理费）；若每户每月用水量超过10立方米，则超过部分每立方米在基本水价基础上加价100%，每立方米污水处理费不变．甲用户4月份用水8立方米，缴水费27.6元；乙用户4月份用水12立方米，缴水费46.3元．（注：污水处理的立方数=实际生活用水的立方数）

（1）求每立方米的基本水价和每立方米的污水处理费各是多少元？

（2）如果某用户7月份生活用水水费计划不超过64元，该用户7月份最多可用水多少立方米？

【答案】（1）每立方米的基本水价是2.45元，每立方米的污水处理费是1元．

（2）15立方米．

【解析】（1）设每立方米的基本水价是 x 元，每立方米的污水处理费是 y 元，

$$\begin{cases} 27.6 = 8x + 8y \\ 46.3 = 10x + 2 \times 2x + 12y \end{cases}$$

解得： $\begin{cases} x = 2.45 \\ y = 1 \end{cases}$ ．

答：每立方米的基本水价是2.45元，每立方米的污水处理费是1元．

（2）设该用户7月份可用水 t 立方米($t > 10$)，

$$10 \times 2.45 + (t - 10) \times 4.9 + t \leq 64,$$

解得： $t \leq 15$ ．

答：如果某用户7月份生活用水水费计划不超过64元，该用户7月份最多可用水15立方米．

【标注】【知识点】不等式组的梯度计价问题

32. 为了鼓励市民节约用水，扬州市居民生活用水按阶梯式水价计费．下表是扬州市居民“一户一表”生活用水阶梯式计费价格表的一部分信息：

用户每月用水量	自来水单价（元/吨）	污水处理费用（元/吨）
17吨及以下	a	0.80
超过17吨不超过30吨的部分	b	0.80
超过30吨的部分	6.00	0.80

(说明：①每户产生的污水量等于该户的用水量，②水费=自来水费+污水处理费)

已知小明家2015年2月份用水20吨，交水费66元；3月份用水35吨，交水费150元．

(1) 求 a 、 b 的值．

(2) 实行“阶梯水价”收费之后，该市一户居民用水多少吨时，其当月的平均水费为每吨3.3元？

【答案】 (1) a 的值是2.2， b 的值是4.2．

(2) 该户居民用水量不超过20吨时，
其当月的平均水费每吨不超过3.3元．

【解析】 (1) 根据等量关系：“2014年4月份用水20吨，交水费66元”，
“5月份用水35吨，交水费150元”，可列方程组求解即可．

根据题意，得：

$$\begin{cases} 17(a + 0.8) + 3(b + 0.8) = 66 \\ 17(a + 0.8) + 13(b + 0.8) + 5 \times (6 + 0.8) = 150 \end{cases}$$

解得： $\begin{cases} a = 2.2 \\ b = 4.2 \end{cases}$ ，

答： a 的值是2.2， b 的值是4.2．

(2) 根据“当月的平均水费每吨不超过3.3元”，

列出不等式求解即可．

设该户居民用水 x 吨，则当 $x \leq 17$ 时， $a + 0.8 = 3$ ，

$$\therefore 3 < 3.3,$$

$$\therefore x > 17,$$

当17解得 $x \leq 20$ ，

当 $x > 30$ 时，不合题意，

答：该户居民用水量不超过20吨时，

其当月的平均水费每吨不超过3.3元．

【标注】【知识点】二元一次方程组的梯度计价问题